

DISSERTATIO GRADUALIS  
DE  
INVENIENDA  
ELEVATIONE  
POLI,  
OPE  
FILORUM VERTICALIUM.

---

QUAM  
CONS. AMPL. FAC. PHILOS. ABOËNS.  
PRÆSIDE  
JOHANNES HENRICO  
LINDQVIST,

MATH. PROF. REG. ET ORD.

*Publice examinandam sistit*

JOSEPHUS HOECKERT,

BOREA-FENNUS.

IN AUDITORIO MAJORI DIE X. NOVEMBRIS  
A. MDCCLXXXI.

T. A. M. S.

---

ABOÆ,

Impressa apud Viduam Reg. Acad. Typ. J. C. FRENCKELL.

----- Terris non omnibus omnia signa  
Conspicimus. Nusquam invenies fulgere Canopum,  
Donec Niliacas per pontum veneris oras.  
Sed quærent Helicen, quibus illè supervenit ignis,  
Quod laterum tractus habitant, mediique tumores  
Eripiunt terræ cælum, visusque coërcent.

MANILIUS Astron. L. I. v. 215 --- 220.





§. I.

**I**nter præcipuas incrementorum scientiæ fideralis remoras, magnum quo exquisitiora instrumenta Astronomica venduntur, pretium referendum esse, nemini non constat. Tota enim quæ ad situs motusque stellarum, debita exactitudine explorandos necessaria est, supellex tantos requirit sumtus, ut, nisi ab opulentissimis, vix parari possit; unde evenit, ut paucissimis in locis fieri queant phænomenorum cœlestium observationes, tam Astronomiæ ipsi & Geographiæ perficiendæ, quam variis in communi vita usibus inservientes. Hoc incommodum aliquatenus sublaturi Astronomi varias excogitarunt methodos, adminiculis ubique parabilibus maxime necessarias instituendi observationes, quæ licet exactissimæ non sint censendæ, nec iis quæ optimo instrumentorum apparatu efficiuntur, æquiparandæ, multis tamen in casibus utilitatem præstant haud contemnendam. Inter hujusmodi vero adminicula primarium fere locum Lineæ verticales & quæ harum ope determinantur Plana, eo majori jure tenent, quod constet illas constructu esse omnium facillimas. Filum namque quodvis ex puncto fixo suspensum, pondere in-



ferius appenso, libere pendulum, cessante oscillatione, vi gravitatis situm obtinet horizonti perpendicularem. Quamobrem verticale erit (Eucl. Elem. XI. 18.) planum quodvis per ejusmodi filum transiens, si hujus tanta sit gracilitas, ut instar lineæ considerari possit. Immo si major fuerit ejus crassities, dummodo uniformis sit, nec ullas saltem sensibiles habeat inæqualitates, verticalis erit situs plani cujuscunque filum istiusmodi secundum longitudinem contingentis. Maximum quidem incommodum circa usum ejusmodi filorum videtur esse difficultas nocturnis tenebris ea perspicendi. Præterquam vero quod nocte serena hiemali imprimis tempore, terra nive obducta, atque in crepusculis, fila ejusmodi utut graciliora ad aliquot pedum distantiam satis distincte appareant, hoc incommodum etiam tolli optime poterit ope candelæ ita occultæ ut per tenuem tantum rimam filum longius ab oculo distans collustret, de cetero autem oculum ipsum nullo lumine directo afficiat. Quod ad agitationes aëris, situm ejusmodi filorum turbantes attinet, concedimus quidem vehementiori tempestate nullas horum ope institui posse observationes, nisi velamine aliquo vel alia quacunque ratione vim aëris a filis avertere liceat. A leviori autem vento ne incurvetur filum, facile præcaveri potest, si maximo, quod sine diruptione ferre valet, oneretur pondere, & hoc aquæ vel alii cuiusdam fluido ad sistendas ejus vibrationes idoneo immergatur. His adhibitis cautelis, filorum ejusmodi ope



ope variæ observationes haud inutiles institui possunt. Jam dudum etjam innotuit eorum usus ad construendam lineam meridianam, quæ per observationes stellæ Polaris, filorum verticalium ope tempore opportuno institutas, satis exacte inveniri potest (cfr. DE LA LANDE *Astron.* §. 113--117. Edit. I. MALLET *Mathem. Beskrifn. om Jordklotet* §. 69. aliosque passim). Huc quoque pertinet methodus illa generalis ex transitu duarum stellarum per planum quodvis verticale inveniendi tempus verum, quam tradidit Cel. ELVIUS (*K. Sv. Vet. Acad. Handl.* pro A. 1745. p. 290--292). Ex his occasionem nacti, cum latius extendi posse usum linearum verticalium in Astronomiâ judicaverimus, benignæ C. L. censuræ jamjam submittimus quasdam meditationes de invenienda Elevatione Poli seu latitudine loci ex institutis ejusmodi filorum ope observationibus stellarum fixarum, quarum vel ex tabulis Astronomicis, vel aliunde cognitæ sint Ascensiones rectæ atque Declinationes.

## §. II.

Ut vero a simplicissimis fiat initium, primo loco ostendemus rationem, qua unius fili verticalis ope latitudo loci investigari possit. Duobus scilicet spectatoribus diversas cœli regiones perlustrantibus, si ab uno observentur binæ stellæ marginem ejusmodi fili simul contingentes, & eodem temporis momento ab altero spectatore in alia quavis cœli plaga (quæ

A 2

tamen



tamen cum priori in directum non sit posita), binæ  
 aliæ inveniantur stellæ ad limbum sili pariter conspi-  
 cuæ; ex datis quatuor harum stellarum Ascensionibus  
 rectis atque declinationibus Elevatio Poli pro lo-  
 co observationis innotescet. Si enim in sphaera cœ-  
 lesti PZ (Fig. 1.) sit arcus meridiani, P Polus, Z  
 Zenith, A & B stellæ ab uno, C & D ab altero spe-  
 ctatore observatæ; patet Circulos maximos per A,  
 B & per C, D descriptos verticales esse; adeoque  
 utrumque eorum per Z transire. Cum vero per da-  
 tas stellarum A, B, C, D Ascensiones rectas atque  
 declinationes, positio detur utriusque circuli AB &  
 CD; sequitur eorum etjam intersectionem Z adeoque  
 latitudinem loci dari. Nec inventu difficilis est ra-  
 tio, qua calculus Trigonometricus ad hanc ipsam la-  
 titudinem investigandam institui queat. Descriptis e-  
 nim Circulis declinationum AP, BP, CP & DP, at-  
 que ex alterutro punctorum A, B, ad alterutrum i-  
 psum C, D ducto arcu Circuli maximi, ex. gr. BC,  
 cum dentur anguli APB, BPC, CPD, quippe qui  
 sunt Ascensionum rectarum differentiæ, & ex stella-  
 rum declinationibus præterea innotescant arcus AP,  
 BP, CP & DP (Declinatio enim cujusvis stellæ est  
 complementum distantiae ejus a Polo); resolvendo  
 Triangula Sphaerica APB, BPC & CPD, in quibus  
 singulis duo dantur latera cum angulo ab his inter-  
 cepto, inveniri possunt arcus BC atque anguli ZBP,  
 PBC, PCB & PCZ, adeoque etjam ZBC & ZCB.  
 Porro in  $\triangle ZBC$  ex inventis his angulis ZBC &  
 ZCB



ZCB atque latere interjecto BC, investigari potest alterutrum reliquorum laterum, ut BZ, ex quo una cum latere BP atque ang. PBZ in  $\triangle$  ZPB invenietur tandem latus PZ, quod complementum est ipsius Latitudinis.

Quum vero nimis prolixus foret calculus hac ratione institutus, alia & brevior via ad Latitudinem loci ex istis datis inveniendam sequenti ratiocinio detegi potest. Demisso ex P in ZB perpendicularo PM, cum (Trigon. Sphær.) sit  $\text{Cof } MPA : \text{Cof } MPB :: \text{Cotg } PA : \text{Cotg } PB$ , erit (Compon. & div.)  $\text{Cof } MPA \div \text{Cof } MPB : \text{Cof } MPA - \text{Cof } MPB :: \text{Cotg } PA \div \text{Cotg } PB : \text{Cotg } PA - \text{Cotg } PB$ . Est autem (\*Lem. 1.)  $\text{Cof } MPA \div \text{Cof } MPB : \text{Cof } MPA - \text{Cof } MPB :: \text{Cotg } \frac{1}{2} (MPB \div MPA) : \text{Tg } \frac{1}{2} (MPB - MPA) :: \text{Cotg } (MPA \div \frac{1}{2} APB) : \text{tg } \frac{1}{2} APB$ , & (\*Lem. 3.)  $\text{Cotg } PA \div \text{Cotg } PB : \text{Cotg } PA - \text{Cotg } PB :: \text{Sin } (PB \div PA) : \text{Sin } (PB - PA)$ . Ergo  $\text{Cotg } (MPA \div \frac{1}{2} APB) : \text{tg } \frac{1}{2} APB :: \text{Sin } (PB \div PA) : \text{Sin } (PB - PA)$ ; unde ex datis AP, BP & ang. APB innotescit MPA: quumque (Trig. Sphær.) sit  $\text{Tg } MP : \text{Cof } MPA :: \text{Tg } AP : R$  (Radium sive Sinum Totum), invenitur etiam MP. Pasi modo si agatur PN perpendicularis ipsi ZD, erit  $\text{Cotg } (NPC \div \frac{1}{2} CPD) : \text{tg } \frac{1}{2} CPD :: \text{Sin } (DP \div CP) : \text{Sin } (DP - CP)$  &  $\text{Tg } PN : \text{Cof } NPC :: \text{Tg } PC : R$ , unde inveniuntur NPC & NP. Cognitis vero ang. MPA, APC & NPC, innotescit etiam MPN. Porro quoniam  $\text{Cof } MPZ : \text{Tg } MP (:: R : \text{tg } PZ) :: \text{Cof } NPZ : \text{tg } PN$ , erit (altern. comp. & div.)

*Cof MPZ*  $\div$  *Cof NPZ* : *Cof MPZ*  $-$  *Cof NPZ ::  
*tg PM*  $\div$  *tg PN* : *tg PM*  $-$  *tg PN*, adeoque (\*Lem.  
 1. 2.) *Cotg*  $\frac{1}{2}$  (*NPZ*  $\div$  *MPZ*) : *Tg*  $\frac{1}{2}$  (*NPZ*  $-$  *MPZ*)  
 :: *Sin* (*PM*  $\div$  *PN*) : *Sin* (*PM*  $-$  *PN*), unde constat  
*MPZ*, cujus valorem substituendo in superiori Ana-  
 logia *Cof MPZ* : *tg PM* :: *R* : *tg PZ*, invenitur *PZ*  
 feu complementum Latitudinis Loci. Q. E. I.*

\*LEMMA 1. *Cof a*  $\div$  *Cof b* : *Cof a*  $-$  *Cof b* :: *Cotang*  $\frac{1}{2}$  (*b*  $\div$  *a*) : *Tang*  $\frac{1}{2}$  (*b*  $-$  *a*).

LEMMA 2. *Tang c*  $\div$  *Tang d* : *Tang c*  $-$  *Tang d*  
 :: *Sin* (*c*  $\div$  *d*) : *Sin* (*c*  $-$  *d*).

LEMMA 3. *Cotang d*  $\div$  *Cotang c* : *Cotang d*  $-$  *Cotang c* :: *Sin* (*c*  $\div$  *d*) : *Sin* (*c*  $-$  *d*).

*Demonstr.* Sit (Fig. 2.) ADB Quadrans circu-  
 li centro C descripti, adeoque ang. ACB rectus, &  
 sint AF, AD, AE tres arcus æquidifferentes. Per  
 D ducatur recta LK circumulum contingens, radiis CA,  
 CF, CE & CB productis occurrens in L, G, H, K.  
 Per E & F agatur recta PQ, radiis CA, CD, CB  
 occurrens in P, O, Q respective. Unde ob ED =  
 DF, erit EO = OF & ang. EOC rectus, adeoque  
 = ang. KDC, quamobrem parallelæ erunt PQ &  
 LK. Ducantur denique per E, O, F ipsi BC paral-  
 lelæ rectæ ER, OM & FN. Hac facta constructio-  
 ne, si

1:0 Sit *AF* = *a* & *AE* = *b*, erit *DF* vel *DE* =  
 $\frac{1}{2}(b - a)$  & *AD* =  $\frac{1}{2}(b \div a)$  adeoque *DK* = *Tang BD*





$= \text{Cotg } AD = \text{Cotg } \frac{1}{2} (b + a)$  &  $DH$  vel  $DG = \text{tang } \frac{1}{2} (b - a)$ . Quumque ob parallelas  $ER$ ,  $OM$ ,  $FN$ , & ob  $EO = OF$ , fit  $RM = MN$ ; erit  $CN - CR$  seu  $\text{Cof } a - \text{Cof } b = 2 MN$  &  $\text{Cof } a + \text{Cof } b = 2 CM$ , quare  $\text{Cof } a + \text{Cof } b : \text{Cof } a - \text{Cof } b :: CM : MN$ . Jam vero ob parallelas  $CQ$ ,  $OM$ , &  $FN$ , est  $CM : MN :: QO : OF$ , & ob parallelas  $QP$  &  $KL$ , est  $QO : OF :: KD : DG$ . Ergo erit  $CM : MN :: KD : DG$  seu  $\text{Cof } a + \text{Cof } b : \text{Cof } a - \text{Cof } b :: \text{Cotang } \frac{1}{2} (b + a) : \text{tang } \frac{1}{2} (b - a)$ . Q. E. 1:0 D.

2:0 Sit  $AD = c$  &  $DE$  vel  $DF = d$ , erit  $HL = \text{tg } c + \text{tg } d$ ,  $GL = \text{tg } c - \text{tg } d$ ,  $EA = c + d$  &  $FA = c - d$ , adeoque  $ER = \text{Sin } (c + d)$  atque  $FN = \text{Sin } (c - d)$ . Quum vero ob parallelas  $KL$ ,  $QP$ , fit  $HL : GL :: EP : FP$ , atque ob parallelas  $ER$  &  $FN$ , fit  $EP : FP :: ER : FN$ ; erit  $HL : GL :: ER : FN$ , seu  $\text{tg } c + \text{tg } d : \text{tg } c - \text{tg } d :: \text{Sin } (c + d) : \text{Sin } (c - d)$ . Q. E. 2:0 D.

3:0 Quum sint Cotangentes in ratione inversa tangentium (Elem. Trig.) erit  $\text{Cotg } d : \text{Cotg } c :: \text{tg } c : \text{tg } d$ , adeoque (compon. & divid.)  $\text{Cotg } d + \text{Cotg } c :: \text{Cotg } d - \text{Cotg } c :: \text{tg } c + \text{tg } d : \text{tg } c - \text{tg } d :: (\text{Lem. 2.}) \text{Sin } (c + d) : \text{Sin } (c - d)$ . Q. E. 3:0 D.

### §. III.

Quum non semper talis inveniri queat quatuor stellarum nudis oculis conspicuarum positio, qualis in §. præced. requiritur, dispiciendum est, qua ratione

ne

ne ex observationibus earum diversis temporibus factis, investiganda sit Elevatio Poli. Hujusmodi vero observationes adhibitis tribus vel quatuor filis verticalibus institui possunt ope horologii qualiscunque cujus sit motus æquabilis. Filis namque ita constitutis, ut planum bina eorum contingens cum plano bina alia contingente, angulum quemcunque efficiat, quorum planorum sectiones in sphaera cœlesti sint circuli verticales ZB & ZD (Fig. 1.), in uno horum planorum BZ duarum stellarum A, B, & in altero ZD pariter duarum C, D transitus observentur, simulque in horologio intervalla temporum inter singulas has quatuor observationes notentur. Examinandus vero præterea est motus horologii, ut innotescat, quantus cuivis horum temporum competat angulus horarius seu arcus æquatoris, quod (observationibus in stellas fixas institutis) non meridiani tantum, sed & cujusvis plani ope fieri potest. Si nimirum fuerit *T* Tempus horologio observatum, ex transitu stellæ per planum aliquod, donec integra facta revolutione ad idem planum redierit, præterlapsum; invenietur pro dato quovis tempore, ejusdem horologii ope mensurato, angulus horarius, inferendo: ut est *T* ad datum tempus, ita quatuor anguli recti seu  $360^\circ$  ad angulum quæsitum. Cognitis hac ratione tribus istis angulis, qui observatis inter transitus stellarum A, B, C, D, temporum intervallis respondent, facile inveniuntur anguli APB, BPC & CPD. Si namque FAG sit portio circuli paralleli a stel-





a stella A descripti, atque FPB (vel GPB) differentia inter rectas ipsarum A & B ascensiones; momento appulsus stellæ B ad verticale BZ, erit locus ipsius A in F (vel G), adeoque FPA (vel GPA) ang. horarius pro intervallo temporis inter observatos harum stellarum transitus. Unde patet inveniri angulum APB datæ ascensionum rectarum differentia FPB (vel GPB) addendo (vel subtrahendo) inventum angulum horarium FPA (vel GPA). Eodem modo investigantur anguli BPC & CPD. Nec difficile erit dijudicatu, utrum additio vel subtractio locum habeat pro quovis horum, ex datis angulo horario & ascensionum rectarum differentia, inveniendò, cum cognita sit ipsarum stellarum positio, & ex observationibus constet, quo ordine per plana ista verticalia transferint. Inventis vero ang. APB, BPC & CPD, datisque præterea harum stellarum a Polo distantis AP, BP, CP & DP, eadem qua prius (§. 2) ratione colligitur quæsitæ loci latitudo.

#### §. IV.

Si observationes ita institutæ (§. 2. 3.) omni numero exactæ essent, posito situ verticalium BZ, DZ vel angulo BZD (Fig. 1.) qualicunque, perfecte vera foret quæ ex illis eruitur Elevatio Poli. Quum autem minores observationum errores vix evitari queant, talis eligenda est horum verticalium positio, ut hinc inventa latitudo a vera minimum ab-

B

erret.

erret. Monendum itaque est, ceteris paribus ex hujusmodi observationibus exactissime inveniri Elevationem poli, si plana ista verticalia BZ, DZ perpendiculariter sibi invicem insistant, & quidem alterum eorum, ut ZD, plano meridiani, alterum BZ primo verticali congruat, atque stellæ inprimis A & B per hoc transeuntes, tales eligantur, ut quantum possit, minima fiat ratio: *Sin AZ. Sin BZ : R. Sin AB*, quod quidem posteriori saltem methodo (§. 3.) adhibita, optime succedit, unam illarum versus orientem, alteram versus occidentem, utramque vero circa 45° altitudinem observando. Quumque ut jam (§. 1.) innuimus, constet methodus planum meridiani etiam duorum filorum verticalium ope inveniendi, nec difficilis determinatu sit positio tertii fili talis, ut cum alterutro priorum planum constituat meridiano perpendicularare, adeoque cum primo verticali coincidens; hæc plana præ ceteris eligenda sunt ad observationes hujusmodi instituendas, idque eo magis quod horum ope duæ etiam stellæ observatæ sufficiant ad latitudinem loci determinandam. Si enim sit (Fig. 3.) EZP meridianus, in quo stella C (vel D), & ZAB primus verticalis, in quo stella A eodem tempore observatur; invenietur ang. ZPA, quippe qui æqualis est differentiæ inter harum stellarum asc. rectas (si observata sit stella C culminans), vel hujus differentiæ supplemento ad 180° (si in inferiori suo per meridianum transitu observata fuerit stella D). Si vero diversis temporibus institutæ sint observatio-

nes



nes stellarum C (vel D) & A, ad inveniendum ang. ZPA (cfr. §. 3.) differentiae asc. rectarum addendus est vel subtrahendus angulus horarius intervallo temporis respondens. In triangulo igitur sphærico ZAP, rectangulo ad Z, ex datis ang. ZPA & latere PA (videlicet ipsius A distantia a Polo), inferendo:  $R : \cos ZPA :: \tan PA : \tan PZ$ , invenitur latitudo loci  $= 90^\circ - PZ$ , & quidem eo exactius quo major fuerit stellæ A altitudo supra horizontem, & quo minor ipsius C (vel D) declinatio.

Potest quoque inveniri Elevatio poli, in solo verticali primo BZ observando binas stellas A & B, sive simul, sive interjecto aliquo tempore horologii ope mensurando. Innotescit enim ut supra ang. APB, unde & ex cognitis AP, BP, latitudinis quæsitæ complementum PZ obtinetur eadem ratione, qua ex iisdem datis inveniri posse normalem PM in §. 2. docuimus. Et hoc quidem modo latitudo loci eo exactior eruitur, quo minor sit ratio:  $\sin AZ. \sin BZ : R. \sin AB$ .

Facile patet eadem methodo latitudinem quæsitam etiam colligi posse ex institutis binarum stellarum A, B (Fig. 1.) observationibus in quocunque verticali BZ, cujus cognita sit ad meridianum inclinatio BZP. Invento enim ut antea (§. 2.)  $\angle M$ , quum in  $\triangle PMZ$  ad M rectangulo præterea detur ang.  $PZM$ , inferendo:  $\sin PZM : \sin PM :: R : \sin PZ$  obtinetur PZ adeoque ipsa latitudo.



Error vero, qui in determinanda positione plani  $BZ$  committi facile potest, inventam latitudinem eo magis afficit, quo major sit istius plani inclinatio a verticali primo. Hujus igitur verticalis usum præ ceteris eligere præstat, quoniam & inventu facilis est ejus positio, & si in ea construenda aliquantulum erraretur, nulla tamen inventæ latitudinis a vera inde oritur differentia. Sit enim Circulus  $ZK$  (Fig. 3.) primus verticalis, & stellæ  $A, B$  observatæ in verticali  $ZB$ , cujus exigua sit ab illo inclinatio  $BZK$ ; sint præterea  $AA', BB'$  portiones parallelorum a stellis  $A, B$  descriptorum, atque primo verticali in  $A', B'$  occurrentium, & per hæc puncta polo  $Z$  fiant arcus  $A'a, B'b$ , atque per  $A, A', B, B'$  describantur circuli declinationum, æquatori  $EQ$  occurrentes in  $F, f, G, g$ , respective. His factis quum exiguus sit ang.  $BZK$ , erit  $A'a : B'b :: \sin A'Z : \sin B'Z$ . Porro quoniam recti adeoque æquales sunt ang.  $ZA'a$  &  $AA'P$ , communi  $AA'Z$  sublato, erit ang.  $AA'a = ZA'P$ , adeoque  $AA' : A'a (:: R : \cos ZA'P$  & ob ang.  $A'ZP$  rectum)  $:: \operatorname{Tg} A'P : \operatorname{Tg} A'Z$ . Pari ratione est ang.  $BB'b = ZB'P$  &  $B'b : BB' (:: \cos ZB'P : R) :: \operatorname{Tg} B'Z : \operatorname{Tg} B'P$ . Præterea est  $Ff : AA' :: R : \sin A'P$ , &  $BB' : Gg :: \sin B'P : R$ . His vero quinque analogiis compositis, obtinetur  $Ff : Gg :: \cos A'Z. \cos B'P : \cos B'Z. \cos A'P$ . Quum autem sit  $\cos A'Z : \cos A'P (:: R : \cos PZ) :: \cos B'Z : \cos B'P$ ; erit  $\cos A'Z. \cos B'P = \cos B'Z. \cos A'P$  & hinc  $Ff = Gg$ . Addito igitur communi  $fG$  erit  $FG = fg$ , adeoque

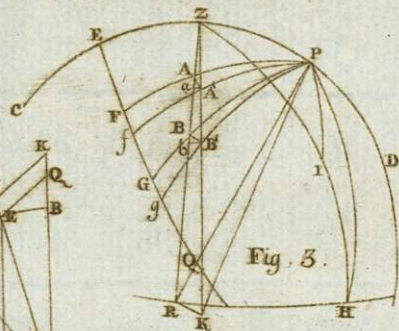
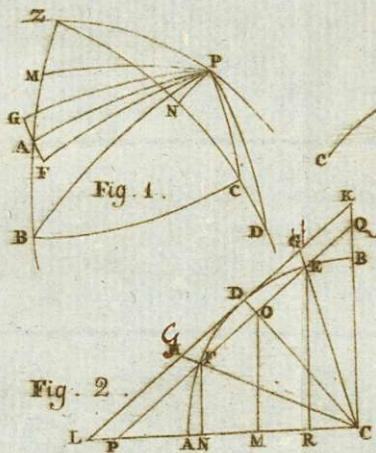




eoque ang.  $APB = A'PB'$ . Unde quum etiam sit  $A'P = AP$  &  $B'P = BP$ , patet nullum ideo fore errorem latitudinis, quod loco primi verticalis  $ZK$  adhibeatur  $BZ$  aliquantulum ab illo declinans.

### §. V.

Inveniri etiam potest latitudo loci, binas tantum stellas  $H, I$  (Fig. 3.) observando in eodem plano verticali, quamvis hujus non constet declinatio, si altera earum  $H$  in ipso horizonte adeoque vel oriens vel occidens appareat, & præter asc. rectas atque declinationes harum stellarum, cognita quoque sit refractionis horizontalis, quæ dicatur  $r$ . Ex differentia enim asc. rectarum & (si ipsarum  $H, I$  ad planum  $ZH$  appulsus simultaneus non fuerit) ex intervallo temporis inter observationes, colligitur (ut antea) ang.  $IPH$ , unde & ex datis  $PH$  atque  $PI$  in  $\triangle PIH$  innotescit ang.  $PHI$ . Cognitis igitur in  $\triangle PZH$ , ang.  $PHZ$  & lateribus  $PH$  atque  $ZH (= 90^\circ + r)$ , invenitur  $PZ$ . Latitudinem autem hac ratione inventam, præter errores ipsarum observationum, etiam refractionis horizontalis variatio incertam reddit. Hic vero error evitari potest, si in plano primi verticalis vel huic proximo observationes istæ instituantur. Nec opus est ut ope meridiani (§.4.) construatur primum istud verticale. Observando enim orientem vel occidentem stellam aliquam  $R$ , cujus sit aut nulla aut saltem exigua declinatio  $QR$ , (qualis v. gr. est stella







in cingulo Orionis occidentalior, a Bayero  $\delta$  dicta, cujus hoc tempore est decl. Australis  $= 28^{\circ} 33''$ , 6) & in eodem verticali ZR observando præterea aliam quandam stellam A, invenietur Elevatio Poli, etiamsi incognita sit ipsa refractio. Descriptis enim stellarum R, A parallelis primo verticali ZK occurrentibus in K, A', eadem qua in §. præced. ratione demonstratur fore ang.  $A'PK = APR$ , qui ex observationibus innotescit. Præter ang. itaque rectum PZK dantur ang.  $A'PK$  & latera  $PA'$  ( $= PA$ ) &  $PK$  ( $= PR$ ), unde ut antea invenitur PZ, & quidem eo exactius quo major fuerit stellæ A altitudo supra horizontem.

## §. VI.

Ex iis quæ jam de usu filorum verticalium inveniendi Elevatione Poli differuimus, haud difficile foret plures adhuc deducere methodos, eandem hujusmodi filorum ope investigandi. Sufficiat vero præcipuas earum attulisse, quibus, observationes ipsas pluries repetendo & ex collectis ipsius latitudinis valoribus medium sumendo, exacte satis illam inveniri posse autumamus.

